

题目一

在原子物理学发展史上，康普顿散射实验无可辩驳地证明了光子具有动量，展现了光的粒子性。现有一束波长为 $\lambda = 0.0200 \text{ nm}$ 的硬 X 射线轰击某种固体靶，光子与靶中外层的“自由电子”发生弹性碰撞。某一散射方向上的探测器观测到光子偏转了 $\theta = 90^\circ$ 。

1. 求在该散射角上，散射光子的波长 λ' 是多少？
2. 碰撞后，该“自由电子”会获得动能而飞出（称为反冲电子），求该反冲电子获得的动能 E_k 是多少（以 keV 为单位）？

（已知常量：电子的康普顿波长 $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 0.00243 \text{ nm}$ ，普朗克常量与光速的乘积 $hc \approx 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 1.24 \text{ keV} \cdot \text{nm}$ ）

【完整解答】

1. 计算散射光子的波长 λ'

根据康普顿散射公式，光子散射前后的波长变化量 $\Delta\lambda$ 仅与散射角 θ 有关：

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

题目中给出的散射角 $\theta = 90^\circ$ ，由于 $\cos 90^\circ = 0$ ，代入公式得：

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - 0) = \lambda_c = 0.00243 \text{ nm}$$

因此，散射后的光子波长 λ' 为：

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 0.0200 \text{ nm} + 0.00243 \text{ nm} = 0.02243 \text{ nm}$$

答：散射光子的波长为 0.02243 nm 。

2. 计算反冲电子的动能 E_k

在整个散射碰撞过程中，光子和电子组成的系统能量守恒。光子减少的能量完全转化为电子的动能：

$$E_k = E_{\text{入射}} - E_{\text{散射}} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

利用已知条件 $hc = 1.24 \text{ keV} \cdot \text{nm}$ 分别计算入射和散射光子的能量：

- 入射光子的能量：

$$E_{\text{入射}} = \frac{1.24 \text{ keV} \cdot \text{nm}}{0.0200 \text{ nm}} = 62.00 \text{ keV}$$

- 散射光子的能量：

$$E_{\text{散射}} = \frac{1.24 \text{ keV} \cdot \text{nm}}{0.02243 \text{ nm}} \approx 55.28 \text{ keV}$$

则反冲电子获得的动能为：

$$E_k = 62.00 \text{ keV} - 55.28 \text{ keV} = 6.72 \text{ keV}$$

答：该反冲电子获得的动能约为 6.72 keV 。

题目二

莫塞莱 (Moseley) 通过对各种元素产生的特征 X 射线进行系统研究, 发现了著名的莫塞莱定律。这一发现成功排定了元素周期表的原子序数 Z 。在某个 X 射线管中, 高能电子轰击金属钴 (Co, 原子序数 $Z = 27$) 靶材, 使钴原子的内层电子被电离, 从而发射出特征 K_α 射线 (即 L 壳层 $n = 2$ 的电子跃迁到已出现空位的 K 壳层 $n = 1$ 时辐射的光子)。对 K_α 射线, 其屏蔽常数可取 $\sigma = 1$ 。

请根据莫塞莱定律, 计算金属钴所产生的 K_α 射线的频率 ν 以及对应的波长 λ 。

(已知常量: 里德伯频率 $\nu_R = cR_\infty = 3.29 \times 10^{15} \text{ Hz}$, 真空中光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$)

【完整解答】

1. 根据莫塞莱定律计算特征 X 射线的频率 ν

根据莫塞莱定律, 多电子原子内层跃迁产生的特征 X 射线频率满足公式:

$$\nu = \nu_R (Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

对于题目中的 K_α 射线, 相关物理参数如下:

- 初态主量子数 $n_i = 2$ (L 壳层)
- 末态主量子数 $n_f = 1$ (K 壳层)
- 屏蔽常数 $\sigma = 1$
- 钴的原子序数 $Z = 27$

将上述参数代入莫塞莱公式中进行计算:

$$\begin{aligned} \nu &= \nu_R (27 - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \\ &= \nu_R \cdot 26^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \\ &= \nu_R \cdot 676 \cdot \frac{3}{4} \\ &= 507 \nu_R \end{aligned}$$

代入里德伯频率 $\nu_R = 3.29 \times 10^{15} \text{ Hz}$:

$$\nu = 507 \times 3.29 \times 10^{15} \text{ Hz} \approx 1.668 \times 10^{18} \text{ Hz}$$

答: 金属钴产生的 K_α 射线的频率约为 $1.67 \times 10^{18} \text{ Hz}$ 。

2. 计算该特征 X 射线的波长 λ

利用波长与频率的关系公式 $\lambda = \frac{c}{\nu}$, 代入光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$:

$$\lambda = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.668 \times 10^{18} \text{ Hz}} \approx 1.799 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.180 \text{ nm}$$

答: 该特征 X 射线的波长约为 0.180 nm (亦可记作 $1.80 \text{ \AA}$)。